LISTA 1 - PROGRESSÕES GEOMÉTRICAS (P.G)

1.(VUNESP)

A sequência (a_p) é definida pela lei de recorrência $a_{p+1} = a_p \cdot q$, com $p \in \mathbb{N}^*$

Escreva uma fórmula do termo geral a_n da sequência, em função de a_1, n e q.

2. **(UEM/CVU)** – Um ciclista programou seu treinamento de tal modo que percorra uma distância fixa por dia e que aumente, a cada semana, a distância diária da semana anterior em 20%. Se o objetivo do ciclista é que, ao final de 4 semanas, a distância diária percorrida seja de 25920 m, quantos quilômetros ele deve percorrer no primeiro dia?

3. **(VUNESP)** – Considere a função real f, dada pela lei $f(x) = x^2$. Se a, b e c são números reais, tais que (a, b, c) é uma progressão geométrica de razão q, então a sequência (f(a), f(b), f(c)) é uma

a) progressão aritmética de razão 2q.
b) progressão aritmética de razão 4q.
c) progressão aritmética de razão q^2.
d) progressão geométrica de razão q^2.
e) progressão geométrica de razão q^4.

4.(APMBB-CFO/PMSP)

Às 10 horas, Catarina descobriu uma surpresa que aconteceria na formatura. Depois de 50 minutos, no intervalo das aulas, ela contou a surpresa para 5 colegas, e a cada 50 minutos, cada um deles foi contando para 5 outros colegas, e assim aconteceu sucessivamente, até às 13h 20min. Exatamente nesse horário, isto é, às13h 20min, ficaram sabendo da surpresa um total de

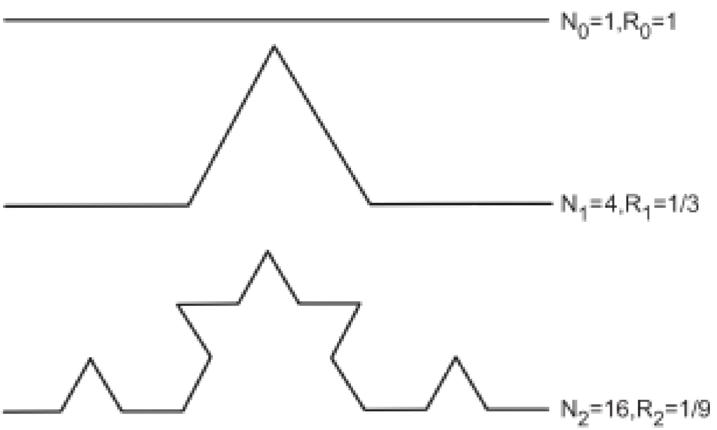
a) 100 alunos. b) 125 alunos. c) 250 alunos.
d) 625 alunos. e) 1 250 alunos

5.(APMBB-CFO/PMSP)

Quatro números naturais formam uma P.G. crescente. Se a diferença entre o segundo e o primeiro termo, nesta ordem, é 10 e a diferença entre o quarto e terceiro termos, também nesta ordem, é 90, a razão da P.G. é

a) 2 b) 3 c) 4 d) 5 e) 6

6. **(UNESP)** – Considera-se um segmento de reta, N_0, de tamanho $R_0 = 1$. Ele é dividido em três partes iguais, e a parte do meio é substituída por dois segmentos de tamanho $R_1 = 1/3$, na forma de um triângulo equilátero, resultando em $N_1 = 4$ segmentos de reta. Repetindo-se este procedimento para todos os segmentos de reta, obtêm-se $N_2 = 16$ e $R_2 = 1/9$, tal como apresentado nas figuras.



Quais são os valores que se obtêm para N_3 e R_3? Após n repetições desse processo, qual será o comprimento R_n dos segmentos de reta e quantos segmentos de reta N_n existirão?

RESOLUÇÕES

1.

Atenção professor, a intenção dessa questão é introduzir os conceitos de P.G. e a fórmula do termo geral.

$a_2 = a_1 . q$

$a_3 = a_2 . q = a_1 . q^2$

$a_4 = a_3 . q = a_1 . q^3$

$\vdots$

$a_n = a_{n-1} . q = a_1 . q^{n-1} \Rightarrow \boxed{a_n = a_1 . q^{n-1}}$

2.

As distâncias, diárias percorridas pelo ciclista durante estas quatro primeiras semanas foi

$(x; 1,2 . x; 1,2^2 . x; 1,2^3 . x)$.

Para que o ciclista atinja seu objetivo devemos ter

$1,2^3 . x = 25920 \Leftrightarrow 1,728 . x = 25920$

$\Leftrightarrow x = 15000$ ou seja 15 km

Resposta: 15km

3.

(a; b; c) é uma P.G. de razão q, então $b = aq$ e $c = a . q^2$

$f(a) = a^2$

$f(b) = f(aq) = a^2q^2$

$f(c) = f(aq^2) = a^2q^4$

A sequência $(f(a), f(b), f(c)) = (a^2, a^2q^2; a^2q^4)$ é uma P.G. de razão q^2.

Resposta: D

4.

13h 20min é o quinto termo da sequência

(10:00; 10:50; 11:40; 12:30; 13:20; ...)

A quantidade de pessoas que fica sabendo do acontecimento a cada 50 minutos são os termos da P.G. (1; 5; 25; ...) cujo quinto termo é

$a_5 = a_1 . q^{5-1} = 1 . 5^4 = 625$

Resposta: D

5.

$$\begin{cases} a_2 - a_1 = 10 \\ a_4 - a_3 = 90 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 \cdot q - a_1 = 10 \\ a_1q^3 - a_1q^2 = 90 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{a_1q^2(q-1)}{a_1(q-1)} = \frac{90}{10} \Rightarrow q^2 = 9 \Rightarrow q = 3\text{, pois os termos são naturais.}$$

Resposta: B

6.

Em cada nova configuração, cada um dos p segmentos da configuração anterior é trocado por 4 novos segmentos com medidas iguais a $\frac{1}{3}$ das medidas dos segmentos anteriores. Dessa maneira, o número de segmentos está em progressão geométrica de primeiro termo 1 e razão 4 e os comprimentos de cada segmento estão em progressão geométrica de primeiro termo 1 e razão $\frac{1}{3}$.

Assim:

1) $N_3 = 1 \cdot 4^3 = 64$ e $R_3 = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$

2) $N_n = 1 \cdot 4^n = 2^{2n}$ e $R_n = 1 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^n = 3^{-n}$

Respostas: a) $N_3 = 64$ e $R_3 = \frac{1}{27}$

b) $N_n = 2^{2n}$ e $R_n = 3^{-n}$