# AULA 2 - FUNÇÃO EXPONENCIAL

**1.(UAM/SP)**

Há pouco, Carla procurou-me para mostrar uma coisa interessante. Ela resolveu três equações exponenciais e todas apresentaram o mesmo resultado: x = 2.

— Giba, o que é que você acha? Será que é coincidência ou andei errando alguma coisa?

— Deixe-me ver, Carla. Quais são as equações?

— Aqui estão: $3^{x+2} - 3^x = 72$

$$2^{x-4} = \frac{1}{4}$$

$$2^{2x} - 2^{x+3} + 16 = 0$$

Ela acertou todas as equações?

a) Não, errou a 2ª.

b) Não, acertou apenas a 3ª.

c) Não, errou a 1ª e a 3ª.

d) Não, errou todas.

e) Sim, acertou todas.

**2.(UFSM/RS)**

Um piscicultor construiu uma represa para criar traíras. Inicialmente, colocou 1 000 traíras na represa e, por um descuido, soltou 8 lambaris. Suponha-se que o aumento das populações de lambaris e traíras ocorra, respectivamente, segundo as leis $L(t) = L_0 10^t$ e $T(t) = T_0 2^t$, onde $L_0$ é a população inicial de lambaris, $T_0$, a população inicial de traíras, e *t*, o número de anos que se conta a partir do ano inicial.

Considerando-se log 2 = 0,3, o número de lambaris será igual ao de traíras depois de quantos anos?

a) 30 b) 18 c) 12 d) 6 e) 3

**3. (CEFET/PR)**

Cientistas de um certo país, preocupados com as possibilidades cada vez mais ameaçadoras de uma *guerra biológica*, pesquisam uma determinada bactéria que cresce segundo a expressão $P(t) = \frac{256}{125} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{t+1}$, onde *t* representa o tempo em horas. Para obter-se uma população de 3 125 bactérias, será necessário um tempo, em horas, com valor absoluto no intervalo:

a) ]0, 2]

b) ]2, 4]

c) ]4, 6]

d) ]6, 8]

e) ]8, 10]

**4.(VUNESP)**

Num período prolongado de seca, a variação da quantidade de água de certo reservatório é dada pela função:

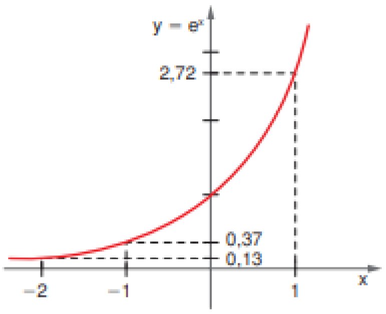
$$q(t) = q_0 \cdot 2^{(-0,1)t}$$

sendo $q_0$ a quantidade inicial de água no reservatório e $q(t)$ a quantidade de água no reservatório após *t* meses. Em quantos meses a quantidade de água do reservatório se reduzirá à metade do que era no início?

a) 5 b) 7 c) 8 d) 9 e) 10

**5.(UERJ)**

Uma empresa acompanha a produção diária de um funcionário recém-admitido, utilizando uma função f(d), cujo valor corresponde ao número mínimo de peças que a empresa espera que ele produza em cada dia (d), a partir da data de sua admissão.
Considere o gráfico auxiliar abaixo, que representa a função $y = e^x$.




Utilizando $f(d) = 100 - 100 \cdot e^{-0,2d}$ e o gráfico acima, a empresa pode prever que o funcionário alcançará a produção de 87 peças num mesmo dia, quando *d* for igual a:

a) 5 b) 10 c) 15 d) 20

**6.(UFF/RJ)**

Em um meio de cultura especial, a quantidade de bactérias, em bilhões, é dada pela função *Q* definida, para $t \geqslant 0$, por $Q(t) = k5^{kt}$, sendo *t* o tempo, em minuto, e *k* uma constante.
A quantidade de bactérias, cuja contagem inicia-se com o cálculo de Q(0), torna-se, no quarto minuto, igual a 25Q(0).
Assinale a opção que indica quantos bilhões de bactérias estão presentes nesse meio de cultura no oitavo minuto.

a) 12,5 b) 25 c) 312,5 d) 625 e) 1 000

**7.(UMC/SP)**

O crescimento de uma cultura de bactérias obedece à função $N(t) = 600 \cdot 3^{kt}$, em que $N$ é o número de bactérias no instante $t$, sendo $t$ o tempo em horas. A produção tem início em $t = 0$. Decorridas 12 horas há um total de 1 800 bactérias. O valor de $k$ e o número de bactérias, após 24 horas do início da produção, são, respectivamente:

a) $\frac{1}{12}$ e 3 600

b) $-\frac{1}{12}$ e $-100$

c) $-\frac{1}{12}$ e 64

d) 12 e 5 400

e) $\frac{1}{12}$ e 5 400

**8.(UNIPAC/MG)**

A relação $P = 32\,000 \cdot (1 - 2^{-0,1t})$ descreve o crescimento de uma população $P$ de bactérias, $t$ dias após o instante 0. O valor de $P$ é superior a 31 000 se, e somente se, $t$ satisfizer à condição:

a) $t > 50$

b) $t < 30$

c) $t > 16$

d) $2 < t < 16$

e) $32 < t < 64$

**9.(ITA/SP)**

Seja $a \in \mathbb{R}$ com $a > 1$. O conjunto de todas as soluções reais da inequação $a^{2x(1-x)} > a^{x-1}$ é:

a) $]-1, 1[$

b) $]1, +\infty[$

c) $\left]-\frac{1}{2}, 1\right[$

d) $]-\infty, 1[$

e) vazio

**10.(FERJ/SC)**

A solução da inequação

$(0,7)^{x(x-3)} < (0,49)^{x-2}$ é:

a) $\varnothing$

b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 1 < x < 4\}$

c) $\{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 3\}$

d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 2 \text{ ou } > 3\}$

e) $\{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 4\}$

**FUNÇÃO EXPONENCIAL**

# RESOLUÇÃO

1.

Letra:E

- $3^{x+2} - 3^x = 72 \rightarrow 3^2 \cdot 3^x - 3^x = 72$

$$3^x(3^2 - 1) = 72$$
$$8 \cdot 3^x = 72$$
$$3^x = 9$$
$$3^x = 3^2 \rightarrow x = 2$$

- $2^{x-4} = \dfrac{1}{4} \rightarrow 2^{x-4} = 2^{-2} \rightarrow x - 4 = -2$

$$x = 2$$

- $2^{2x} - 2^{x+3} + 16 = 0 \rightarrow y^2 - 8y + 16 = 0 \rightarrow y = 4$

Logo: $2^x = 4 \rightarrow 2^x = 2^2 \rightarrow x = 2$

2.

Letra:E

$$L(t) = T(t) \rightarrow 8 \cdot 10^t = 1\,000 \cdot 2^t$$
$$10^t = 125 \cdot 2^t$$
$$\frac{10^t}{2^t} = 125$$
$$5^t = 125$$
$$5^t = 5^3$$
$$t = 3 \text{ anos}$$

3.

Letra: d

$$3\,125 = \frac{256}{125} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{t+1} \rightarrow 5^5 = \frac{2^8}{5^3} \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^{t+1}$$

$$\frac{5^8}{2^8} = \left(\frac{5}{2}\right)^{t+1}$$

$$\left(\frac{5}{2}\right)^8 = \left(\frac{5}{2}\right)^{t+1}$$

$$t + 1 = 8$$

$$t = 7 \text{ h}$$

4.

LETRA: E

A quantidade de água do reservatório se reduzirá à metade quando $q(t) = \frac{1}{2} q_0$:

$$q(t) = q_0 \cdot 2^{(-0,1)t} \rightarrow \frac{1}{2} q_0 = q_0 \cdot 2^{(-0,1)t}$$

$$2^{-1} = 2^{-0,1t}$$

$$-0,1t = -1$$

$$t = 10$$

5.

LETRA:B

Pelos dados, temos:

$$f(d) = 87 \rightarrow 100 - 100 \cdot e^{-0,2d} = 87$$

$$e^{-0,2d} = 0,13$$

Pelo gráfico, temos $e^{-2} = 0,13$. Logo:

$$e^{-0,2d} = e^{-2} \rightarrow -0,2d = -2$$

$$d = \frac{-2}{-0,2}$$

$$d = 10 \text{ dias}$$

6.

LETRA:C

Pelos dados, temos:

se $t = 0 \rightarrow Q(0) = k \cdot 5^0 = k$

se $t = 4 \rightarrow Q(4) = k \cdot 5^{4k}$

Como $Q(4) = 25 \cdot Q(0)$, vem:

$$
\begin{aligned}
k \cdot 5^{4k} = 25 \cdot k \rightarrow\ & 5^{4k} = 25 \\
& 5^{4k} = 5^2 \\
& 4k = 2 \\
& k = \frac{1}{2}
\end{aligned}
$$

Portanto: $Q(8) = \frac{1}{2} \cdot 5^{\frac{1}{2} \cdot 8} \rightarrow Q(8) = \frac{1}{2} \cdot 5^4$

$Q(8) = 312{,}5$

7.

LETRA : E

Quando $t = 12$ h, temos:

$1\,800 = 600 \cdot 3^{k \cdot 12} \rightarrow 3^{12k} = 3 \rightarrow 12k = 1 \rightarrow k = \frac{1}{12}$

Quando $t = 24$ h, obtemos:

$N(24) = 600 \cdot 3^{\frac{1}{12} \cdot 24} \rightarrow N(t) = 600 \cdot 3^2 \rightarrow N(t) = 5\,400$ bactérias

8.

LETRA:A

Devemos ter $P > 31\,000$. Logo:

$$
\begin{aligned}
32\,000(1 - 2^{-0,1t}) > 31\,000 \rightarrow\ & 32(1 - 2^{-0,1t}) > 31 \\
& 32 - 32 \cdot 2^{-0,1t} > 31 \\
& -32 \cdot 2^{-0,1t} > -1 \\
& 32 \cdot 2^{-0,1t} < 1 \\
& 2^{-0,1t} < \frac{1}{32} \\
& 2^{-0,1t} < 2^{-5} \\
& -0{,}1t < -5 \\
& t > 50 \text{ dias}
\end{aligned}
$$

9.

LETRA: C

Se $a \in \mathbb{R}$ com $a > 1$, então:

$a^{2x(1-x)} > a^{x-1} \Leftrightarrow 2x(1-x) > x - 1 \Leftrightarrow 2x^2 - x - 1 < 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} < x < 1$

O conjunto solução é, pois, $\left]-\frac{1}{2}, 1\right[$

10.

LETRA : E

$$(0,7)^{x(x-3)} < (0,49)^{x-2} \rightarrow (0,7)^{x^2-3x} < (0,7)^{2x-4}$$
$$x^2 - 3x > 2x - 4$$
$$x^2 - 5x + 4 > 0$$

Estudando o sinal, temos:

$x^2 - 5x + 4 = 0 \quad x_1 = 4, \quad x_2 = 1$


Logo: $S = \{x \in \mathbb{R} \mid x < 1 \text{ ou } x > 4\}$