



## AULA 1 - FUNÇÃO EXPONENCIAL

1.(SV/2021)

Calcule o valor de  $x$  :

**a)**  $8^x = 0,25$ :

**b)**  $8^{x^2-x} = 4^{x+1}$

**c)**  $3^{x-1} - 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 306$

**d)**  $4^x - 20 \cdot 2^x + 64 = 0$

**e)**  $4^x + 2 \cdot 14^x = 3 \cdot 49^x$

2.(UFRN/RN)

Dados os números  $M = 9,84 \cdot 10^{15}$  e

$N = 1,23 \cdot 10^{16}$ , pode-se afirmar que:

a)  $M < N$

c)  $M > N$

b)  $M + N = 1,07 \cdot 10^{16}$

d)  $M \cdot N = 1,21 \cdot 10^{31}$

**3.(UNICAP/PE)**

Determine o valor de  $x$ , tal que

$$5^{x+1} + 5^{x+2} = 3750.$$

**4.(UEMA/MA)**

Seja  $f(x) = 3^{x-4} + 3^{x-3} + 3^{x-2} + 3^{x-1}$ .

O valor de  $x$  para que se tenha  $f(x) = 40$  é:

- a) 0      b) -2      c) 1      d) 4      e) 3

**5.(UEPI/PI)**

O conjunto verdade da equação

$2^x - 2^{-x} = 5(1 - 2^{-x})$  é igual a:

- a)  $\{1, 4\}$       c)  $\{0, 1\}$       e)  $\{\}$   
b)  $\{1, 2\}$       d)  $\{0, 2\}$

**6.(UFSM/RS)**

A solução da equação exponencial

$$5^x(5^x - 1) = 20:$$

- a) pertence ao intervalo  $(-\infty, -3[$   
b) pertence ao intervalo  $]4, +\infty)$   
c) pertence ao intervalo  $]0, 2[$   
d) é um número par  
e) é um número irracional

### 7.(UFOP/MG)

Determine o domínio da função:

$$f(x) = \sqrt{8^x - \frac{1}{8}}.$$

### 8.(ECM/AL)

O conjunto de todos os valores de  $x$  para

os quais  $1 \leq 4^{\frac{x}{4}} < 8^2$  é:

- a)  $[0, 12[$                       c)  $[0, 6[$                       e)  $[0, 3[$   
b)  $[0, 8[$                       d)  $[0, 4[$

### 9.(UEPI/PI)

Seja  $S$  o conjunto solução da inequação

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{3-x} > \left(\frac{4}{3}\right)^{2x+4}. \text{ Então:}$$

- a)  $S = \mathbb{R}$                       d)  $S = \{x \in \mathbb{R}: x > 2\}$   
b)  $S = \{x \in \mathbb{R}: x < 7\}$                       e)  $S = \{x \in \mathbb{R}: x < 1\}$   
c)  $S = \{x \in \mathbb{R}: x < -7\}$

### 10.(UNIUBE/MG)

Se  $A = \sqrt{2^{20} + 2^{23}}$ , então  $A$  é igual a:

- a)  $3 \cdot 2^{10}$                       c)  $1 + 2^{13}$   
b)  $2^{13}$                       d)  $2^{10} + 2^{\frac{23}{2}}$

**11.(FURG/RS)**

O valor da expressão

$$A = \frac{2^{n+3} + 2^{n+2} - 2^{n-1}}{2^{n-2} + 2^n} \text{ é:}$$

- a)  $\frac{23}{5}$       b)  $\frac{46}{10}$       c)  $\frac{11}{2}$       d)  $\frac{46}{5}$       e)  $\frac{115}{8}$

## AULA 1 - FUNÇÃO EXPONENCIAL

### RESOLUÇÃO

#### 1.(SV/2021)

a)

$$\Rightarrow (2^3)^x = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow 2^{3x} = \frac{1}{2^2} \Rightarrow 2^{3x} = 2^{-2}$$

$$\Rightarrow 3x = -2 \Rightarrow \boxed{x = -\frac{2}{3}}$$

b)

$$\Rightarrow (2^3)^{x^2-x} = (2^2)^{x+1} \Rightarrow 2^{3(x^2-x)} = 2^{2(x+1)}$$

$$\Rightarrow 3(x^2 - x) = 2(x + 1) \Rightarrow 3x^2 - 3x = 2x + 2$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 3x - 2x - 2 = 0 \Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = 0$$

Resolvendo a equação do segundo grau vem:

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} = \frac{5 \pm 7}{6} \Rightarrow x_1 = 2 \text{ e } x_2 = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}$$

$$\boxed{S = \left\{2, -\frac{1}{3}\right\}}$$

c)

Colocando  $3^{x-1}$  em evidência:

$$\Rightarrow 3^{x-1}(1 - 3 + 3^2 + 3^3) = 306$$

$$\Rightarrow 3^{x-1} \cdot 34 = 306 \Rightarrow 3^{x-1} = \frac{306}{34} \Rightarrow 3^{x-1} = 9$$

$$3^{x-1} = 3^2 \Rightarrow x - 1 = 2 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

Explicação da evidência acima com  $3^{x+1}$ :

$$\frac{3^{x+1}}{3^{x-1}} = 3^{x+1-(x-1)} = 3^{x+1-x+1} = 3^2$$

d)

$$\Rightarrow (2^2)^x - 20 \cdot 2^x + 64 = 0$$

$$\Rightarrow (2^x)^2 - 20 \cdot 2^x + 64 = 0$$

Fazendo  $y = 2^x$  obtemos:

$$y^2 - 20y + 64 = 0 \Rightarrow y_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{400 - 256}}{2}$$

$$\Rightarrow y_{1,2} = \frac{20 \pm \sqrt{144}}{2} = \frac{20 \pm 12}{2}$$

$$\Rightarrow y_1 = 16 = 2^4 \text{ e } y_2 = 4 = 2^2$$

Substituindo  $y_1$  e  $y_2$  na equação acima vem:

a)  $2^x = 2^4 \Rightarrow x = 4$

b)  $2^x = 2^2 \Rightarrow x = 2$

$$\boxed{S = \{2, 4\}}$$

e)

Dividindo por  $49^x$ , temos:

$$\Rightarrow \frac{4^x}{49^x} + \frac{2 \cdot 14^x}{49^x} = \frac{3 \cdot 49^x}{49^x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{4}{49}\right)^x + 2 \cdot \left(\frac{14}{49}\right)^x = 3$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{2}{7}\right)^2\right]^x + 2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^x = 3$$

$$\Rightarrow \left[\left(\frac{2}{7}\right)^x\right]^2 + 2 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)^x - 3 = 0$$

Fazendo  $y = \left(\frac{2}{7}\right)^x$  vem:

$$y^2 + 2y - 3 = 0 \Rightarrow y_1 = 1 \text{ e } y_2 = -3 \text{ (n\~{a}o conv\~{e}m)}$$

$$\left(\frac{2}{7}\right)^x = 1 \Rightarrow x = 0 \quad \underline{S = \{0\}}$$

## 2.(UFRN/RN)

**LETRA: A**

Pelos dados, temos:

$$N = 1,23 \cdot 10^{16} \rightarrow N = 1,23 \cdot 10 \cdot 10^{15}$$

$$N = 12,3 \cdot 10^{15}, \text{ ou seja, } M < N$$

$$M + N = 9,84 \cdot 10^{15} + 12,3 \cdot 10^{15} \rightarrow M + N = 10^{15} \cdot (9,84 + 12,3)$$

$$M + N = 10^{15} \cdot 22,14$$

$$M + N = 2,214 \cdot 10^{16}$$

$$M \cdot N = 9,84 \cdot 10^{15} \cdot 12,3 \cdot 10^{15} \rightarrow M \cdot N = 121,032 \cdot 10^{30}$$

$$M \cdot N = 1,21032 \cdot 10^{32}$$

## 3.(UNICAP/PE)

$$5^{x+1} + 5^{x+2} = 3750 \rightarrow 5 \cdot 5^x + 5^2 \cdot 5^x = 3750$$

$$5 \cdot 5^x + 25 \cdot 5^x = 3750$$

$$30 \cdot 5^x = 3750$$

$$5^x = 125$$

$$5^x = 5^3$$

$$x = 3$$

#### 4.(UEMA/MA)

LETRA : D

$$\begin{aligned}f(x) &= 3^{x-4} + 3^{x-3} + 3^{x-2} + 3^{x-1} \\40 &= 3^x \cdot 3^{-4} + 3^x \cdot 3^{-3} + 3^x \cdot 3^{-2} + 3^x \cdot 3^{-1} \\40 &= 3^x \left( \frac{1}{3^4} + \frac{1}{3^3} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{3^1} \right) \\40 &= 3^x \left( \frac{1}{81} + \frac{1}{27} + \frac{1}{9} + \frac{1}{3} \right) \\40 &= 3^x \left( \frac{1+3+9+27}{81} \right) \\40 &= 3^x \cdot \frac{40}{81} \\3^x &= 81 \\3^x &= 3^4 \\x &= 4\end{aligned}$$

#### 5.(UEPI/PI)

LETRA:D

$$\begin{aligned}2^x - 2^{-x} &= 5(1 - 2^{-x}) \rightarrow 2^x - \frac{1}{2^x} = 5 \left( 1 - \frac{1}{2^x} \right) \\ \text{Substituindo } 2^x &= y, \text{ temos:} \\ y - \frac{1}{y} &= 5 - \frac{5}{y} \\ y^2 - 1 &= 5y - 5 \\ y^2 - 5y + 4 &= 0 \begin{cases} y_1 = 4 \\ y_2 = 1 \end{cases} \\ \text{Portanto:} \\ 2^x &= 4 \quad \text{ou} \quad 2^x = 1 \\ 2^x &= 2^2 \quad \quad \quad 2^x = 2^0 \\ x &= 2 \quad \quad \quad x = 0 \\ \text{Portanto: } S &= \{0, 2\}\end{aligned}$$

#### 6.(UFSM/RS)

LETRA: C

$$\begin{aligned}\text{Substituindo } 5^x &= y, \text{ vem:} \\ y(y-1) &= 20 \rightarrow y^2 - y - 20 = 0 \begin{cases} y_1 = 5 \\ y_2 = -4 \end{cases} \\ \text{Se } y &= 5 \rightarrow 5^x = 5 \rightarrow x = 1 \\ \text{Se } y &= -4 \rightarrow 5^x = -4 \rightarrow \exists x \in \mathbb{R} \\ \text{Como } x &= 1, \text{ pertence ao intervalo } ]0, 2[ \end{aligned}$$



## 7.(UFOP/MG)

Devemos ter:

$$8^x - \frac{1}{8} \geq 0 \rightarrow 8^x \geq \frac{1}{8}$$

$$8^x \geq 8^{-1}$$

$$x \geq -1$$

## 8.(ECM/AL)

LETRA: A

$$1 \leq 4^{\frac{x}{2}} < 8^2$$

Ⓘ      Ⓢ

$$\begin{cases} 4^{\frac{x}{2}} < 8^2 & \text{Ⓢ} \\ 4^{\frac{x}{2}} \geq 1 & \text{Ⓘ} \end{cases}$$

$$\text{Ⓢ} \quad 4^{\frac{x}{2}} < 8^2 \rightarrow (2^2)^{\frac{x}{2}} < (2^3)^2$$

$$2^{\frac{x}{2}} < 2^6$$

$$\frac{x}{2} < 6$$

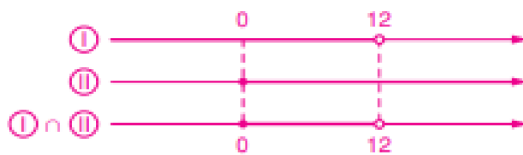
$$x < 12$$

$$\text{Ⓘ} \quad 4^{\frac{x}{2}} \geq 1 \rightarrow 4^{\frac{x}{2}} \geq 4^0$$

$$\frac{x}{4} \geq 0$$

$$x \geq 0$$

Fazendo a intersecção, temos:



$$S = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x < 12\} = [0, 12[$$

**9.(UEPI/PI)****LETRA: C**

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{3-x} > \left(\frac{4}{3}\right)^{2x+4} \rightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{3-x} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-2x-4}$$
$$3-x < -2x-4$$
$$-x+2x < -4-3$$
$$x < -7$$

**10.(UNIUBE/MG)****LETRA : A**

$$A = \sqrt{2^{20} + 2^{20} \cdot 2^3} \rightarrow A = \sqrt{2^{20} \cdot (1 + 2^3)}$$
$$A = \sqrt{2^{20} \cdot 9}$$
$$A = \sqrt{2^{20} \cdot 3^2}$$
$$A = 2^{10} \cdot 3$$

**11.(FURG/RS)****LETRA: D**

$$\frac{2^n(2^3 + 2^2 - 2^{-1})}{2^n(2^{-2} + 1)} = \frac{8 + 4 - \frac{1}{2}}{\frac{1}{4} + 1} = \frac{46}{5}$$