FUNÇÕES LOGARITMICAS

EXERCÍCIOS

1.(ITA/2020/1ª FASE)

Sejam x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 e x_6 números reais tais que $2^{x_1} = 4$; $3^{x_2} = 5$; $4^{x_3} = 6$; $5^{x_4} = 7$; $6^{x_5} = 8$ e $7^{x_6} = 9$. Então, o produto $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5 x_6$ é igual a

A ( ) 6.

B ( ) 8.

C ( ) 10.

D ( ) 12.

E ( ) 14.

2.(ITA/2018)

Se $\log_2 \pi = a$ e $\log_5 \pi = b$, então

A ( ) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{1}{2}$.

B ( ) $\frac{1}{2} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 1$.

C ( ) $1 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq \frac{3}{2}$.

D ( ) $\frac{3}{2} < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \leq 2$.

E ( ) $2 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$.

3.(ITA/2017)

Sejam a, b, c, d números reais positivos e diferentes de 1. Das afirmações:

I. $a^{(\log_c b)} = b^{(\log_c a)}$.

II. $\left(\frac{a}{b}\right)^{\log_d c} \left(\frac{b}{c}\right)^{\log_d a} \left(\frac{c}{a}\right)^{\log_d b} = 1$.

III. $\log_{ab}(bc) = \log_a c$

é (são) verdadeira(s)

A ( ) apenas I.

B ( ) apenas II.

C ( ) apenas I e II.

D ( ) apenas II e III.

E ( ) todas.

4.(ITA/2017)

Determine todos os valores reais de x que satisfazem a inequação $4^{3x-1} > 3^{4x}$.

5.(ITA/2016)

Seja $(a_1, a_2, a_3, \dots)$ a sequência definida da seguinte forma: $a_1 = 1000$ e $a_n = \log_{10}(1 + a_{n-1})$ para $n \geq 2$. Considere as afirmações a seguir:

I. A sequência (a_n) é decrescente.

II. $a_n > 0$ para todo $n \geq 1$.

III. $a_n < 1$ para todo $n \geq 3$.

É (são) verdadeira(s)

A ( ) apenas I.
B ( ) apenas I e II.
C ( ) apenas II e III.
D ( ) I, II e III.
E ( ) apenas III.

6.(ITA/2015)

Considere as seguintes afirmações sobre números reais:

I. Se a expansão decimal de x é infinita e periódica, então x é um número racional.

II. $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(\sqrt{2}-1)\sqrt{2^n}} = \frac{\sqrt{2}}{1-2\sqrt{2}}$.

III. $\ln \sqrt[3]{e^2} + (\log_3 2)(\log_4 9)$ é um número racional.

É (são) verdadeira(s):

A ( ) nenhuma.
B ( ) apenas II.
C ( ) apenas I e II.
D ( ) apenas I e III.
E ( ) I, II e III.

7.(ITA/2014)

A soma $\displaystyle\sum_{n=1}^{4} \frac{\log_{1/2} \sqrt[n]{32}}{\log_{1/2} 8^{n+2}}$ é igual a

A ( ) $\frac{8}{9}$.
B ( ) $\frac{14}{15}$.
C ( ) $\frac{15}{16}$.
D ( ) $\frac{17}{18}$.
E ( ) 1.

8.(ITA/2014)

Determine as soluções reais da equação em x, $(\log_4 x)^3 - \log_4(x^4) - 3\,\frac{\log_{10} 16x}{\log_{100} 16} = 0$.

9.(ITA/2013)

Se os números reais a e b satisfazem, simultaneamente, as equações

$$\sqrt{a\sqrt{b}} = \frac{1}{2} \qquad \text{e} \qquad \ln(a^2 + b) + \ln 8 = \ln 5,$$

um possível valor de $\frac{a}{b}$ é

A ( ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$. B ( ) 1. C ( ) $\sqrt{2}$. D ( ) 2. E ( ) $3\sqrt{2}$.

10.(ITA/2012)

Determine os valores de $\theta \in [0, 2\pi]$ tais que $\log_{\operatorname{tg}(\theta)} e^{\operatorname{sen}(\theta)} \geq 0$.

11.(ITA/2011)

Resolva a inequação em $\mathbb{R}$: $16 < \left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{\frac{1}{5}}(x^2 - x + 19)}$.

12.(ITA/2009)

Seja S o conjunto solução da inequação

$$(x - 9)\left|\log_{x+4}(x^3 - 26x)\right| \leq 0.$$

Determine o conjunto S^C.

13.(ITA/2007)

Sejam x, y e z números reais positivos tais que seus logaritmos numa dada base k são números primos satisfazendo

$$\log_k(xy) = 49,$$
$$\log_k(x/z) = 44.$$

Então, $\log_k(xyz)$ é igual a

A ( ) 52. **B** ( ) 61. **C** ( ) 67. **D** ( ) 80. **E** ( ) 97.

14.(ITA/2007)

Sendo x, y, z e w números reais, encontre o conjunto solução do sistema

$$\begin{aligned} \log\left[(x+2y)(w-3z)^{-1}\right] &= 0, \\ 2^{x+3z} - 8 \cdot 2^{y-3z+w} &= 0, \\ \sqrt[3]{2x+y+6z-2w} - 2 &= 0. \end{aligned}$$

15.(ITA/2006)

Considere as seguintes afirmações sobre a expressão $S = \sum_{k=0}^{101} \log_8 (4^k \sqrt{2})$:

I. S é a soma dos termos de uma progressão geométrica finita

II. S é a soma dos termos de uma progressão aritmética finita de razão 2/3

II. S = 3451

IV. $S \leq 3434 + \log_8 \sqrt{2}$

Então, pode-se afirmar que é (são) verdadeira(s) apenas

a) I e III b) II e III c) II e IV d) II e) III

16.(ITA/2006)

Determine para quais valores de $x \in (-\pi/2, \pi/2)$ vale a desigualdade

$\log_{\cos x}(4\operatorname{sen}^2 x - 1) - \log_{\cos x}(4 - \sec^2 x) > 2.$

17.(ITA/2004)

Seja $x \in \mathbb{R}$ e a matriz $A = \begin{bmatrix} 2^x & (x^2+1)^{-1} \\ 2^x & \log_2 5 \end{bmatrix}$.

Assinale a opção correta.

a) $\forall x \in \mathbb{R}$, A possui inversa.

b) Apenas para $x > 0$, A possui inversa.

c) São apenas dois os valores de x para os quais A possui inversa.

d) Não existe valor de x para o qual A possui inversa.

e) Para $x = \log_2 5$, A não possui inversa.

18.(ITA/2004)

Para $b > 1$ e $x > 0$, resolva a equação em x:
$(2x)^{\log_b 2} - (3x)^{\log_b 3} = 0.$

19.(ITA/2002)

Sabendo que a equação

$$x^3 - px^2 = q^m,\ p,\ q > 0,\ q \neq 1,\ m \in \mathbb{N},$$

possui três raizes reais positivas *a*, *b* e *c*, então

$$\log_q\left[abc\,(a^2 + b^2 + c^2)^{a+b+c}\right]$$

é igual a

a) $2\ m + p \log_q p$.
b) $m + 2\ p \log_q p$.
c) $m + p \log_q p$.
d) $m - p \log_q p$.
e) $m - 2\ p \log_q p$.

20.(ITA/2002)

Seja a função *f* dada por
$f(x) = (\log_3 5) \cdot \log_5 8^{x-1} + \log_3 4^{1+2x-x^2} - \log_3 2^{x(3x+1)}$.
Determine todos os valores de x que tornam *f* não-negativa.

21.(ITA/2001)

Se $a \in \mathbb{R}$ é tal que $3y^2 - y + a = 0$ tem raiz dupla, então a solução da equação $3^{2x+1} - 3^x + a = 0$ é:

a) $\log_2 6$
b) $-\log_2 6$
c) $\log_3 6$
d) $-\log_3 6$
e) $1 - \log_3 6$

22.(ITA/1999)

Seja *S* o conjunto de todas as soluções reais da equação $\log_{\frac{1}{4}}(x + 1) = \log_4(x - 1)$.

Então:

a) *S* é um conjunto unitário e $S \subset]2, +\infty[$.
b) *S* é um conjunto unitário e $S \subset]1, 2[$.
c) *S* possui dois elementos distintos e $S \subset]-2, 2[$.
d) *S* possui dois elementos distintos e $S \subset]1, +\infty[$.
e) *S* é o conjunto vazio.

23.(ITA/1999)

Seja $a \in \mathbb{R}$ com $a > 1$. Se $b = \log_2 a$, então o valor de

$$\log_4 a^3 + \log_2 4a + \log_2 \frac{a}{a+1} + (\log_8 a)^2 - \log_{\frac{1}{2}} \frac{a^2-1}{a-1}$$

é:

a) $2b - 3$

b) $\frac{65}{18}b + 2$

c) $\frac{2b^2 - 3b + 1}{2}$

d) $\frac{2b^2 + 63b + 36}{18}$

e) $\frac{b^2 + 9b + 7}{9}$

24.(ITA/1998)

O valor de $y \in \mathbb{R}$ que satisfaz a igualdade
$\log_y 49 = \log_{y^2} 7 + \log_{2y} 7$, é:

A ( ) $\frac{1}{2}$

B ( ) $\frac{1}{3}$

C ( ) 3

D ( ) $\frac{1}{8}$

E ( ) 7

25.(ITA/1998)

A inequação

$$4x \log_5(x+3) \geq (x^2+3) \log_{\frac{1}{5}}(x+3)$$

é satisfeita para todo $x \in S$. Então:

A ( ) $S =]-3, -2] \cup [-1, +\infty[$

B ( ) $S =]-\infty, -3[\cup [-1, +\infty[$

C ( ) $S =]-3, -1]$

D ( ) $S =]-2, +\infty]$

E ( ) $S =]-\infty, -3[\cup]-3, +\infty[$

GABARITO- TESTES

1-A

2-E

3-C

5-DISCURSIVA

5-D

6-D

7-D

8-DISCURSIVA

9-A

10-DISCURSIVA

11-DISCURSIVA

12-DISCURSIVA

13-A

14-DISCURSIVA

15-B

17-A

19-B

20-DISCURSIVA

21-D

22-B

23-DISCURSIVA

24-D

25-A