

LISTA 2 - PROGRESSÃO ARITMÉTICA (P.A)**PROPRIEDADES E SOMA DOS TERMOS DE UMA PA**

1. (MACKENZIE) – Se $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 11\}$ e $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 \leq x \leq 187\}$, o número de elementos de $A \cap B$ é:
a) 16 b) 17 c) 18 d) 19 e) 20

2. (UDESC) – Sejam x, y, z números reais tais que a sequência $\left(x, 1, y, \frac{1}{4}, z\right)$ forma, nesta ordem, uma progressão aritmética, então o valor da soma $x + y + z$ é:
a) $-\frac{3}{8}$ b) $\frac{21}{8}$ c) $\frac{15}{8}$ d) 2 e) $-\frac{19}{8}$

3. Os três primeiros termos de uma progressão aritmética são dados respectivamente por $(x - 5)$, x^2 e $5x + 1$. Um possível valor do quinto termo dessa progressão é:
a) 36 b) 25 c) 18 d) 12 e) 9

4. O primeiro, o quarto, o oitavo e o décimo primeiro termos de uma progressão aritmética são respectivamente $(k - 2)$, $\left(k + \frac{5}{2}\right)$, $\left(3k + \frac{1}{2}\right)$ e $(4k + 1)$. A soma do sexto termo com a razão dessa progressão é:
a) 7 b) 9 c) 10 d) 11 e) 13

5. (UFPE) – Um professor resolveu presentear seus cinco melhores alunos com livros de valores equivalentes a quantias diferentes. Os valores dos livros recebidos pelos alunos devem estar em progressão aritmética e a soma dos três valores maiores deve ser cinco vezes o total recebido pelos outros dois. Se cada um deve receber um livro de valor equivalente a uma quantidade inteira de reais, qual a menor quantia (positiva) que o professor vai desembolsar na compra dos livros?

- a) R\$ 90,00 b) R\$ 100,00 c) R\$ 110,00
d) R\$ 120,00 e) R\$ 130,00

RESOLUÇÃO

1.

$$A = \{x \in \mathbf{N} \mid x \text{ é múltiplo de } 11\} = \{0, 11, 22, 33, \dots\}$$

$$B = \{x \in \mathbf{N} \mid 15 \leq x \leq 187\} = \{15, 16, 17, \dots, 187\}$$

e

$$A \cap B = \{22, 33, 44, \dots, 187\}$$

O número de elementos de $A \cap B$ é 16 pois eles constituem uma progressão aritmética de razão 11, onde $a_1 = 22$, $a_n = 187$ e

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot r \Leftrightarrow 187 = 22 + (n - 1) \cdot 11 \Leftrightarrow n = 16$$

Resposta: A

2.

$$y = \frac{1 + \frac{1}{4}}{2} = \frac{5}{8}$$

$$\frac{x+y}{2} = \frac{x + \frac{5}{8}}{2} = 1 \Leftrightarrow x = 2 - \frac{5}{8} = \frac{11}{8}$$

$$\frac{y+z}{2} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \frac{5}{8} + z = \frac{1}{2} \Leftrightarrow z = \frac{1}{2} - \frac{5}{8} \Leftrightarrow z = -\frac{1}{8}$$

$$x + y + z = \frac{11}{8} + \frac{5}{8} + \left(-\frac{1}{8}\right) = \frac{15}{8}$$

Resposta: C

3.

Na PA $(x - 5; x^2; 5x + 1; \dots)$, temos:

$$x^2 = \frac{(x-5) + (5x+1)}{2} \Leftrightarrow x^2 = 3x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \text{ ou } x = 2$$

Para $x = 1$, a PA é $(-4; 1; 6; 11; 16; \dots)$.

Para $x = 2$, a PA é $(-3; 4; 11; 18; 25; \dots)$.

Um possível valor para o quinto termo é 25.

Resposta: B

4.

Nesta progressão, $a_1 + a_{11} = a_4 + a_8 \Rightarrow (k - 2) + (4k + 1) =$

$$= \left(k + \frac{5}{2}\right) + \left(3k + \frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 5k - 1 = 4k + 3 \Leftrightarrow k = 4$$

Desta forma

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = k - 2 = 2 \\ a_4 = k + \frac{5}{2} = \frac{13}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow a_4 - a_1 = \frac{13}{2} - 2 \Leftrightarrow 3r = \frac{9}{2} \Leftrightarrow r = \frac{3}{2}$$

$$a_6 = a_4 + 2r = \frac{13}{2} + 2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{19}{2}$$

$$a_6 + r = \frac{19}{2} + \frac{3}{2} = 11$$

Resposta: D

5.

Sejam $a - 2r, a - r, a, a + r, a + 2r$ os valores dos livros a serem recebidos pelos alunos. Temos $3a + 3r = 5(2a - 3r)$ e daí $7a = 18r$. Como a e r são inteiros positivos e de menor valor possível, temos $a = 18$ e $r = 7$, e o menor valor a ser gasto pelo professor é $5a = 5 \cdot 18 = 90$ reais.

Resposta: A