

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA

VESTIBULAR 2022



2ª FASE PROVAS DE MATEMÁTICA E QUÍMICA

INSTRUÇÕES

1. O tempo total para resolução das duas provas é de **quatro horas**.
2. Não é permitido deixar o local de exame antes de decorridas **duas horas** do início da prova.
3. Você poderá usar **apenas** caneta esferográfica de corpo transparente com tinta preta, lápis ou lapiseira, borracha, régua transparente simples e compasso. **É proibido portar qualquer outro material escolar.**
4. O caderno de questões é composto por **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de Matemática e **10 questões dissertativas** (numeradas de 01 a 10) de Química.
5. Será considerado para correção apenas as resoluções presentes nos espaços destinados para cada questão. Não serão considerados para correção o conteúdo das páginas de rascunho.
6. Você recebeu este **caderno de questões e dois cadernos de soluções** que deverão ser todos devolvidos no **final do exame**.
7. A **não devolução** do caderno de questões e/ou do caderno de soluções implicará a **desclassificação do candidato**.
8. No dia 13/12/2021 serão divulgadas as médias obtidas nas provas da segunda fase.
9. Não é permitido destacar qualquer das folhas que compõem os cadernos de questões ou de soluções.
10. **Aguarde o aviso para iniciar a prova. Ao terminá-la, avise o fiscal e aguarde-o no seu lugar.**

MATEMÁTICA

Convenções: Consideramos o sistema de coordenadas cartesiano a menos que haja indicação contrária.

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$: denota o conjunto dos números naturais.

\mathbb{R} : denota o conjunto dos números reais.

\mathbb{C} : denota o conjunto dos números complexos.

i : denota a unidade imaginária, $i^2 = -1$.

$M_n(\mathbb{R})$: denota o conjunto das matrizes $n \times n$ de entradas reais.

\overline{AB} : denota o segmento de reta de extremidades nos pontos A e B .

\widehat{AOB} : denota o ângulo formado pelas semi-retas \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{OB} , com vértice no ponto O .

$m(\overline{AB})$: denota o comprimento do segmento \overline{AB} .

Questão 1. Seja $x \in \mathbb{R}$. Considere um retângulo R de lados medindo $a = 9x^2 - 5x^4$ e $b = 8x - 8x^3$. Sabendo que o perímetro de R é 8 determine a e b .

Questão 2. Seja $z \in \mathbb{C}$ e denote por $\Im(z)$ a parte imaginária de z . Determine todos os possíveis $z \in \mathbb{C}$ com $\Im(z) \neq 0$ tais que temos simultaneamente $\Im(z^3) = 0$ e $\Im((1+z)^3) = 0$.

Questão 3. Seja A a matriz com 5 linhas e 10 colunas cujas entradas $a_{n,m}$ são dadas por

$$a_{n,m} = \begin{cases} 1, & \text{se } m = 1 \\ n + a_{n,(m-1)}, & \text{se } m > 1 \end{cases}.$$

Determine a soma de todas as entradas de A .

Questão 4. No jogo da velha, dois jogadores competem em um tabuleiro ordenado formado por 3 linhas e 3 colunas. Os jogadores se alternam marcando uma casa ainda não ocupada até que um deles ocupe toda uma linha, coluna ou diagonal, sendo declarado o vencedor. Quantas configurações diferentes do tabuleiro correspondem à vitória do primeiro jogador na sua terceira jogada?

Questão 5. Considere $\arccos : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$ e $\arcsen : [-1, 1] \rightarrow [-\pi/2, \pi/2]$. Determine todos os valores de $\arccos(x)$ dado que x satisfaz

$$\arccos(x^4) + \arcsen(x^2 - 1/4) = \pi/2.$$

Questão 6. Seja $A = (0, 1)$. Considere a reta r de equação $y = 1 - x/4$ e seja s uma reta passando pela origem O e que intersecta r no 1º quadrante em um ponto P . Determine o ponto Q do 2º quadrante que pertence a r e dista $\sqrt{2}$ de s sabendo que $\widehat{APO} = \theta$ e que $\tan(\theta) = \frac{5}{3}$.

Questão 7. Considere T um tronco de pirâmide regular de altura $h = 4 + 2\sqrt{3}$ com bases hexagonais paralelas. Sabendo que o lado da maior base hexagonal mede $8\sqrt{3}/3$ e que o ângulo diedral entre as faces laterais e a base do tronco mede 75° , determine o volume de T .

Questão 8. Seja Q um quadrilátero de vértices A, B, C e D cujos lados satisfazem $m(\overline{AB}) = 5 = m(\overline{CD})$, $m(\overline{BC}) = 3$ e $m(\overline{DA}) = 8$. Sabendo que Q é inscrito em uma circunferência de raio r , determine r .

Questão 9. Sejam $P_1 = (0, 6)$, $P_2 = (1, 5)$ e $P_3 = (2, 6)$ e sejam C_1, C_2 e C_3 circunferências centradas em P_1, P_2 e P_3 , respectivamente. Sabendo que existe uma reta horizontal que é tangente a C_1, C_2 e C_3 determine $C_1 \cap C_2 \cap C_3$ quando este não for vazio.

Questão 10. Considere um octaedro regular de aresta de comprimento l_1 . Inscreva nesse octaedro um cubo cujos vértices estão nos baricentros das faces do octaedro. Dentro desse cubo inscreva um novo octaedro regular de aresta de comprimento l_2 cujos vértices estão nos centros das faces do cubo. Continue com esse processo obtendo uma sequência l_i para $i \in \mathbb{N}$. Determine então o valor da razão l_{10}/l_1 .

QUÍMICA

Constantes

Constante de Avogadro (N_A)	=	$6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Constante de Faraday (F)	=	$9,65 \times 10^4 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ A}\cdot\text{s}\cdot\text{mol}^{-1} = 9,65 \times 10^4 \text{ J}\cdot\text{V}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Carga elementar	=	$1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Constante dos gases (R)	=	$8,21 \times 10^{-2} \text{ atm}\cdot\text{L}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} = 8,31 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1} = 1,98 \text{ cal}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{mol}^{-1}$
Constante de Planck (h)	=	$6,63 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$
Velocidade da luz no vácuo	=	$3,0 \times 10^8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$
Número de Euler (e)	=	2,72

Definições

Pressão: $1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 1,01325 \times 10^5 \text{ N}\cdot\text{m}^{-2} = 1,01325 \text{ bar}$

Energia: $1 \text{ J} = 1 \text{ N}\cdot\text{m} = 1 \text{ kg}\cdot\text{m}^2\cdot\text{s}^{-2} = 6,24 \times 10^{18} \text{ eV}$

Condições normais de temperatura e pressão (CNTP): $0 \text{ }^\circ\text{C}$ e 1 atm

Condições ambientes: $25 \text{ }^\circ\text{C}$ e 1 atm

Condições padrão: 1 bar ; concentração das soluções = $1 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ (rigorosamente: atividade unitária das espécies); sólido com estrutura cristalina mais estável nas condições de pressão e temperatura em questão.

(s) = sólido. (l) = líquido. (g) = gás. (aq) = aquoso. (conc) = concentrado. (ua) = unidades arbitrárias.

u.m.a. = unidade de massa atômica. [X] = concentração da espécie química X em $\text{mol}\cdot\text{L}^{-1}$

$\ln X = 2,3 \log X$

EPH = eletrodo padrão de hidrogênio

Dados eventualmente necessários:

$$e^{10} = 2,2 \times 10^4$$

Massas Molares

Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)	Elemento Químico	Número Atômico	Massa Molar ($\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$)
H	1	1,01	Cl	17	35,45
B	5	10,81	K	19	39,10
C	6	12,01	Ca	20	40,08
N	7	14,01	Mn	25	54,94
O	8	16,00	Br	35	79,90
F	9	19,00	Ag	47	107,87
Na	11	22,99	I	53	126,90
Mg	12	24,30	Hg	80	200,59
P	15	30,97	Pb	82	207,19
S	16	32,06	Pa	91	231,04

Questão 1. Considere a seguinte reação química hipotética:



A velocidade dessa reação é igual à constante de velocidade multiplicada pelas concentrações da espécie X elevada ao quadrado e da espécie Y. A constante de velocidade obedece a equação de Arrhenius:

$$k = A \cdot e^{\left(\frac{-E_a}{RT}\right)}$$

em que E_a representa a energia de ativação e A representa o fator de frequência. Sabendo-se que a energia de ativação da reação é igual a $24,94 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$ a 300 K , concentrações iniciais de X e Y iguais a $0,2 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ e Z igual a zero, determine o valor numérico da:

- constante de velocidade da reação inversa, considerando o atingimento do equilíbrio quando a concentração de Z é igual a $0,15 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$.
- velocidade da reação química, considerando o fator de frequência igual a $25,00 \times 10^{10} \text{ mol}^{-2}\cdot\text{L}^2\cdot\text{s}^{-1}$.

Questão 2. O método de determinação da quantidade de nitrogênio amoniacal (NH_x) em amostras de efluentes baseia-se nas seguintes etapas: (i) alcalinização da amostra, com excesso de base forte para produção de amônia, (ii) a qual é posteriormente destilada e recolhida em uma quantidade conhecida de uma solução padrão de ácido bórico. Após reação da amônia com o ácido, (iii) o borato formado é titulado com uma solução padrão de ácido sulfúrico, formando sulfato de amônio. Considere que uma amostra de 20,00 mL de efluente com densidade de $1,50 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$ foi alcalinizada com excesso de NaOH e que a titulação do borato consumiu 18,00 mL de uma solução aquosa $0,500 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ em ácido sulfúrico. Com base nessas informações:

- a) escreva as reações químicas balanceadas que representam cada uma das etapas envolvidas nesse método.
- b) calcule o valor numérico da massa (em g) de sulfato de amônio formado.
- c) calcule o valor numérico da massa (em g) de nitrogênio na amostra.
- d) calcule o valor numérico do percentual do elemento N na amostra.

Questão 3. Um químico carregou um reator com 20 atm de uma mistura gasosa, constituída de uma substância A e de um componente inerte I, em uma proporção molar de A:I igual a 4:1. A temperatura do reator foi mantida constante e a pressão total foi monitorada, o que permitiu determinar a velocidade da reação em função do tempo, de acordo com os dados da tabela.

t (min)	0,89	2,08	3,75	6,25	10,42	18,75
P (atm)	21	22	23	24	25	26
v (atm.min ⁻¹)	1,96	1,44	1,00	0,64	0,36	0,16

Com base nesses dados e sabendo que a estequiometria da reação é $2A(g) \rightarrow 3B(g)$, pede-se:

- O valor numérico da ordem da reação.
- O valor numérico da constante de velocidade com sua unidade de medida.
- A composição no interior do reator no tempo 10,42 minutos em termos das pressões parciais (em atm) de cada componente.
- O valor numérico do tempo de meia vida da reação.

Questão 4. Um novo método para potabilização da água residual em espaçonaves emprega íons de prata como agente bactericida. Considere os dados de produto de solubilidade de alguns sais apresentados na Tabela 1 e o limite máximo permitido de íons nos padrões de qualidade da água potável disposto na Tabela 2.

Tabela 1. Dados de constantes de solubilidade.

Sal	K_{ps}
AgCl(s)	$1,21 \times 10^{-10}$
AgBr(s)	$4,90 \times 10^{-13}$
AgI(s)	$1,00 \times 10^{-16}$
NaCl(s)	37,3
NaBr(s)	127
NaI(s)	151
HgCl ₂ (s)	$8,10 \times 10^{-2}$
HgBr ₂ (s)	$6,20 \times 10^{-20}$
HgI ₂ (s)	$3,20 \times 10^{-29}$

Tabela 2. Limite máximo permitido nos padrões de qualidade da água potável.

Espécie	Máximo nível permitido (mg·L ⁻¹)
Cloretos	1000
Brometos	4,0
Iodetos	0,018
Prata	0,090
Sódio	20
Mercúrio	0,002

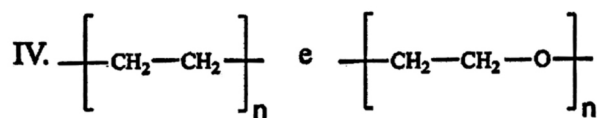
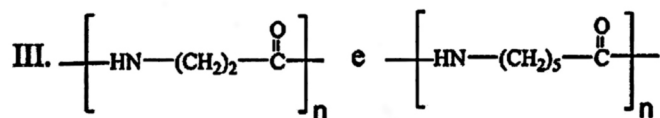
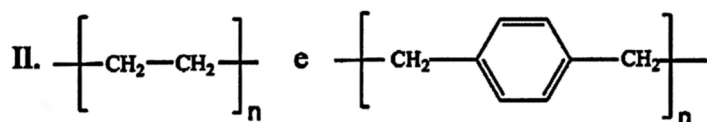
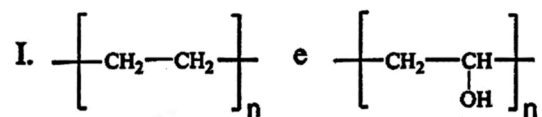
Sabe-se que concentrações de íons de prata acima de dez partes por bilhão (>10 ppb) são suficientes para prevenir o crescimento de bactérias, algas e outros microorganismos. A estratégia do método consiste em assegurar uma concentração fixa de Ag⁺ na água potável por meio da saturação da solução com um sal de prata moderadamente solúvel. Com base nessas informações, responda:

- Dentre os sais de prata apresentados na Tabela 1, indique qual(is) poderia(m) ser empregado(s) no método de potabilização da água e calcule a concentração em ppb de Ag⁺ na solução resultante.
- Dentre os sais de prata que não poderiam ser usados no item (a) e considerando o limite máximo permitido nos padrões de qualidade da água potável, indique aquele(s) sal(is) que poderia(m) ser empregado(s), juntamente com NaCl ou HgCl₂, para ajustar a concentração total de Ag⁺ para 10,8 ppb. Determine o valor numérico da concentração final de Na⁺ ou Hg²⁺ em cada situação.

Questão 5. Na reação conhecida como “cão que late”, uma mistura de óxido nitroso e dissulfeto de carbono entra em combustão, gerando um clarão azulado e um som parecido com “woof” ou “uulsk”. Considerando uma combustão completa e que todo o enxofre gerado se encontra na forma de sólido S_8 :

- a) escreva a equação química balanceada dessa reação.
- b) determine o valor numérico do volume de gás gerado (em litros) para cada 304 g de dissulfeto de carbono que reagiu de forma estequiométrica. Considere a pressão igual a 10^5 Pa e a temperatura de 300 K.
- c) calcule o valor numérico da massa de enxofre sólido (em g) gerado considerando a mesma quantidade de dissulfeto de carbono do item (b).

Questão 6. Considere os seguintes pares de homopolímeros, representados pelas respectivas fórmulas estruturais. Para cada par, indique qual homopolímero terá temperatura de fusão maior, considerando que suas massas molares sejam similares. Justifique a sua resposta.



Questão 7. Considere as seguintes informações:

- I. Primeira energia de ionização do cálcio: $590 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- II. Segunda energia de ionização do cálcio: $1145 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- III. Afinidade eletrônica do cloro: $-340 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- IV. Entalpia de solubilização do cloreto de cálcio: $-81 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- V. Entalpia de hidratação do íon de cálcio: $-1579 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$
- VI. Entalpia de hidratação do íon de cloro: $-378 \text{ kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$

Com base nessas informações, responda os itens abaixo.

- a) Represente, na forma de equações químicas, as informações acima (I-VI).
- b) Equacione a reação de entalpia de rede do cloreto de cálcio a partir das equações I-VI, conforme a necessidade.
- c) Calcule o valor numérico da entalpia de rede do cloreto de cálcio (em $\text{kJ}\cdot\text{mol}^{-1}$).

Questão 8. Em um reator químico vazio, mantido a altas temperaturas, injeta-se uma mistura gasosa, com massa molar aparente igual a $29 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$, constituída de amônia e oxigênio puros. Os gases reagem entre si formando óxido nítrico e água no estado gasoso. Ao final do processo, toda a amônia é consumida e são formados 20 mol de óxido nítrico. A respeito deste processo, pede-se:

- a) A equação química balanceada.
- b) Os valores numéricos das frações molares de amônia e de oxigênio no início da reação.
- c) O valor numérico da porcentagem de reagente em excesso.
- d) Os valores numéricos das quantidades (em mols) das espécies químicas no final da reação.

Questão 9. A etilcarbamilamina ou isocianeto de etila é utilizada como reagente em duas rotas reacionais:

- (i) Aquecimento a 250 °C que leva a sua isomerização funcional com a formação de um composto **A**, o qual reage com o cloreto de metil magnésio e, posteriormente, forma uma cetona **B** por hidrólise;
- (ii) Hidrólise em meio ácido com a formação de uma amina primária **C** e um composto **D**.

Com base no enunciado, escreva as reações químicas envolvidas nas rotas (i) e (ii). Escreva a estrutura química dos compostos **A**, **B**, **C** e **D**.

Questão 10. Uma mistura de cloreto de cálcio e fluoreto de sódio, de massa igual a 39,0 g, foi adicionada à água, sendo observada a formação de um precipitado (Precipitado 1), o qual foi removido por filtração. Ao sobrenadante, foram adicionados 900 mL de uma solução aquosa $0,5 \text{ mol L}^{-1}$ em nitrato de prata, sendo essa quantidade em excesso para garantir a formação de um precipitado (Precipitado 2) que também foi removido por filtração. Posteriormente, foi adicionada a essa nova solução sobrenadante uma placa polida de zinco metálico. Após um tempo suficientemente longo, observou-se um aumento de massa dessa placa igual a 3,76 g. A partir dessas observações:

- a) apresente todas as equações que representam as reações químicas balanceadas envolvidas no processo, identificando cada um dos precipitados.
- b) calcule o valor numérico do número de mols do Precipitado 2.
- c) calcule o valor numérico das massas de cloreto de cálcio e fluoreto de sódio na mistura inicial.